

1. Ripensare la fisica per insegnare

1.1 Una riflessione sul moto

In un *testo universitario* si studia prima la *cinematica* e poi la *dinamica* del moto: è una sequenza molto economica in un approccio in cui si mira ad arrivare rapidamente alle leggi per poi usarle per eseguire calcoli e ricavare nuove leggi, ma oscura in parte il significato delle grandezze fisiche e delle loro relazioni.

Concetto di velocità

I passi per giungere al concetto di velocità in cinematica sono:

- si definisce il sistema di riferimento: la posizione nello spazio è un vettore, quindi occorre definire le sue tre componenti lungo tre assi, anche se, inizialmente, si esaminerà la variazione nel tempo di una sola di esse, ma l'impianto è pensato in modo da essere generale fin dall'inizio,
- si discute la velocità nel moto rettilineo per arrivare il più rapidamente possibile alla definizione di *velocità istantanea*, come *derivata dello spostamento rispetto al tempo*,
- si discutono gli aspetti vettoriali della velocità, in particolare della scomposizione lungo direzioni perpendicolari, in vista della descrizione del *moto curvilineo*,
- si riconosce che la velocità è *relativa* al moto del sistema di riferimento e si deriva la legge di trasformazione delle velocità di Galileo (più avanti quella di Lorentz),
- viene ricordato infine che la velocità, dimensionalmente, è uno spazio diviso per un tempo, quindi le sue unità di misura nel SI sono m s^{-1} ;
- si forniscono esempi di moti con diverse leggi orarie e relative rappresentazioni grafiche o semplicemente iconiche della funzione spazio - tempo.

Nei capitoli sulla dinamica, la velocità compare nella definizione di due grandezze fondamentali: la quantità di moto e l'energia cinetica.

- La *quantità di moto*, $\mathbf{p} = m\mathbf{v}$ (i simboli in grassetto come \mathbf{p} e \mathbf{v} indicano grandezze vettoriali) è descritta come vettore proporzionale alla velocità ma "più interessante" dal punto di vista dinamico. Perché la quantità di moto è più interessante della velocità in dinamica? La giustificazione che se ne dà è basata sul *principio di conservazione della quantità di moto*, che viene illustrato attraverso fenomeni di urto. In realtà la quantità di moto è la vera grandezza dinamica che descrive il moto, perché è legata alla *forza* che la fa variare: l'enunciazione più chiara della seconda legge della dinamica è infatti

$$\mathbf{F} = d\mathbf{p}/dt$$

che mette in evidenza il fatto che la quantità di moto è una proprietà caratteristica del corpo (grandezza che descrive lo stato fisico del corpo in un certo istante) la cui variazione dipende dalla grandezza fisica "forza", che invece **non** è caratteristica del corpo ma della sua *interazione* con altri corpi;

- L'*energia cinetica*, $E_{cin} = mv^2/2$ viene ricavata come risultato di un *lavoro* (teorema delle "forze vive"). In questo modo si arriva a una formula molto utile per i calcoli, ma si perde il significato del ruolo che gioca la velocità nella variazione di energia cinetica. Infatti l'energia cinetica cambia se si applica una forza \mathbf{F} che causa una variazione della quantità di moto $d\mathbf{p} = \mathbf{F} \times dt$. La

variazione ΔE_{cin} dell'energia cinetica è dovuta al lavoro fatto dalla forza F sul tratto ds che il corpo ha percorso sotto l'azione della forza, quindi:

$$\Delta E_{cin} = \vec{F} \cdot \Delta \vec{s} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} \cdot \Delta \vec{s} = \vec{v} \cdot \Delta \vec{p}$$

Scrivendo in questo modo l'espressione della variazione di energia cinetica, appare chiarissimo che la velocità è la grandezza che determina di quanto varia l'energia cinetica per una certa variazione della quantità di moto. Maggiore è la velocità, maggiore è la variazione di energia cinetica per una certa variazione Δp (quindi maggiore è la spesa energetica). Inoltre ΔE_{cin} è un prodotto scalare tra vettori: se Δp è ortogonale a v , l'energia cinetica non cambia (moto circolare causato da una forza centripeta, diretta lungo il raggio).

Nell'approccio tipico del testo universitario c'è chiaramente un elevato livello di astrazione e una completa proiezione del concetto di velocità verso gli sviluppi futuri: la velocità non ha cioè interesse come grandezza in sé, ma perché è la derivata prima dello spazio (cinematica) oppure perché è legata a una grandezza, la quantità di moto, la quale, in assenza di forze, si conserva.

L'allievo invece ha un modo diverso di *organizzare i concetti*, che è basato sulle sue *rappresentazioni mentali*, spontanee o indotte dalle conoscenze già in suo possesso, che è molto più vicino al mondo reale e che spesso differisce molto tra un allievo e l'altro.

Prima di iniziare la trattazione dell'argomento, conviene quindi indagare e cercare di rendere esplicita questa organizzazione iniziale che il ragazzo ha in mente, in modo da costruire su questa una nuova organizzazione dei concetti, che non potrà prescindere ovviamente dalla sua base di partenza né discostarsene troppo.

Per l'allievo, la velocità è sicuramente qualche cosa molto vicino a fenomeni concreti di vita quotidiana di cui ha una esperienza diretta quasi corporea: quando parla di velocità, il ragazzo ha infatti in mente la rapidità del movimento, percezione che ha fin da piccolo, da quando cioè è riuscito a correre con sicurezza. Solo con un ragionamento, che deve imparare a fare perché non immediato, riesce ad associare la velocità a un *ben preciso tratto l* da percorrere in un *ben preciso intervallo di tempo Dt*, comunque mai a una "derivata dello spazio rispetto al tempo"!

Il ragazzo conosce anche le unità di misura in cui valutare le due grandezze fisiche, però userà, probabilmente, unità diverse a seconda dei casi: ad esempio, per l'auto, userà km e ore, mentre, per una corsa, è probabile che usi unità SI, cioè metri e secondi.

È anche presente, probabilmente, il concetto di *direzione* della velocità, sia pure associato ad altri tipi di fenomeni, sostanzialmente *dinamici*, come il lancio di un pallone oppure di un proiettile, in cui cioè non è tanto importante lo spazio percorso ma l'effetto che si vuole ottenere dal mettere in moto un oggetto con una certa velocità.

Quanto alla scomposizione della velocità in componenti lungo direzioni perpendicolari, è probabile che il ragazzo percepisca piuttosto l'operazione inversa: ad esempio se c'è un moto in cui sono chiari gli spostamenti lungo direzioni fra di loro perpendicolari, come la salita su una scala mobile, in cui l'effetto che si vuole ottenere è di superare un certo dislivello, ma contemporaneamente ci si sposta anche orizzontalmente.

Quanto agli effetti dinamici, nel ragazzo l'associazione spontanea della velocità è direttamente con la *forza*, vista come *forza impulsiva*, che dura un tempo breve e ha l'effetto di variare bruscamente la velocità (il portiere che blocca il pallone): in genere egli tende ad associare la forza con la velocità e non con la sua variazione. La quantità di moto è probabilmente presente in modo indiretto, perché il ragazzo intuisce l'importanza della massa e, quindi capisce che non è solo una questione di velocità, ma non ci arriva attraverso il principio di conservazione delle quantità di moto (che è molto astratto e remoto), ma attraverso la forza che causa la variazione della quantità di moto.

Come si può lavorare su questa organizzazione embrionale dei concetti per farla evolvere verso una organizzazione più completa? I passi consigliati sono:

- *Lavorare sulle unità di misura.* Nel SI di misura, le distanze si misurano in metri, gli intervalli di tempo in secondi, quindi la velocità si misura in m/s (notare le notazioni del SI: in alcuni

testi si può trovare “sec” per secondi oppure il punto decimale dopo m o s, il che è scorretto perché m e s sono simboli, non abbreviazioni). Nella vita di tutti i giorni, l’unità di misura più comune per la velocità è km/h: converrà quindi fare l’esercizio di passare da una unità all’altra.

- *Riconoscere la relazione di proporzionalità* diretta che lega lo spazio percorso al tempo impiegato, a parità di velocità, e, successivamente, la proporzionalità diretta fra spazio e velocità, a parità di tempo, o quella inversa fra velocità e tempo, a parità di spazio percorso.
- *Riconoscere che il coefficiente di proporzionalità* fra spazio e tempo è a sua volta una grandezza fisica importante, così importante che ha un suo proprio nome (velocità), e che in certi casi si percepisce prima il coefficiente di proporzionalità che le due variabili (spazio e tempo) che lo determinano.
- *Imparare a costruire e interpretare i diagrammi spazio-tempo* e leggervi il valore della velocità, come “pendenza” della curva strettamente legata però alle scale usate per gli assi del tempo e dello spazio percorso.
- *Pensare alla velocità in termini differenziali*, cioè come *rapporto incrementale* fra spazio percorso e tempo impiegato: è importante per passare al concetto di velocità istantanea e di velocità come *derivata dello spazio rispetto al tempo*, necessario per trattare il moto in presenza di forze (altre grandezze fisiche differenziali sono
- *Pensare allo spazio percorso in termini integrali*, cioè come integrale della velocità per il tempo: utile per trattare tutte quelle grandezze che sono degli integrali, quindi non dipendono dai dettagli dell’andamento del fenomeno, ma al risultato complessivo (altre grandezze integrali sono
- *Acquisire familiarità con il concetto di direzione* in cui avviene il moto, quindi con la velocità come *vettore*, per rappresentare il quale si potrà usare, inizialmente come semplice rappresentazione iconica, una freccia orientata nella direzione del moto (la “matematica delle frecce”).
- La rappresentazione vettoriale della velocità aiuta a pensare alla velocità come un *descrittore del moto dell’oggetto in sé*, e non soltanto dello spazio percorso e quindi a correlare la velocità alla *grandezza dinamica* quantità di moto.

Concetto di accelerazione

- Riflettere e calcolare la variazione della velocità, percependola come differenza Dv fra velocità iniziale e finale; legare tale variazione alla *forza* necessaria per ottenerla
- Comprendere che la forza necessaria dipende inversamente dal tempo impiegato per variare la velocità per giungere al concetto di accelerazione.
- Mentre la velocità è una grandezza *cinematica* (serve per descrivere il moto attraverso il diagramma orario), la variazione di velocità e quindi l’accelerazione sono grandezze *dinamiche*, legate cioè alle forze.
- *Riconoscere che il coefficiente di proporzionalità* fra variazione di velocità e tempo è a sua volta una grandezza fisica importante, così importante che ha un suo proprio nome (accelerazione), e che in certi casi si percepisce prima il coefficiente di proporzionalità che le due variabili (velocità e tempo) che lo determinano.
- *Evitare di partire* a parlare di accelerazione dalla legge del moto uniformemente accelerato e quindi dall’introdurre l’accelerazione come derivata seconda dello spazio rispetto al tempo, anche se la corrispondente relazione matematica (relazione parabolica fra spazio e tempo) è interessante e importante.

1.2 Rapporto fra *insegnamento e apprendimento*

All'insegnante interessa:

- che lo studente impari *cose nuove*
- collochi le proprie conoscenze negli schemi propri della disciplina (*teorie formali*)
- dia alle conoscenze e agli elementi teorici simbolici una *consequenzialità logica*

Allo studente di scuola secondaria interessa:

- imparare *cose nuove*
- collocare le proprie conoscenze nel proprio *contesto* e nei propri *schemi mentali (spontanei o indotti)*
- capire le *cose della vita di tutti i giorni*

Quindi:

- aver chiari gli aspetti “nuovi” dell’argomento che si vuole presentare e cercare di suscitare l'*interesse* e la *curiosità* (“attacco”)
 - tenere conto del *contesto* (cose della vita di tutti i giorni, altre discipline, classe, ambiente sociale)
 - capire quali sono le *conoscenze* precedenti e gli *schemi mentali* (spontanei o indotti) dei ragazzi e tenerne conto
 - stabilire un aggancio stretto con *fenomeni e cose della vita quotidiana*: mai partire da affermazioni, definizioni, leggi astratte, ma sempre da oggetti, fatti, eventi concreti;
- ma anche non trascurare:
- la *rilevanza disciplinare* del tema o dei diversi argomenti all’interno del tema
 - la corretta *formalizzazione* (quella che aiuta a capire anziché oscurare maggiormente i concetti fisici)
 - l'*inquadramento organico e logico* del tema all’interno della disciplina.

1.3 Inquadramento *epistemologico*

Matematica

- Strutturata in modo logico-formale
- Oggetto = costruzione mentale
- Postulati = punti di partenza
- Riscontro = coerenza interna

Fisica

- Oggetto = mondo esterno
- Ipotesi su base "induttiva", per tentativi ed errori
- Riscontro = confronto fra previsioni e dati sperimentali
- Strutturata in modo logico-formale

Quindi:

- riesaminare i grossi "nodi concettuali" della fisica in questa luce, individuando per ciascuno le *basi sperimentali*, le *ipotesi*, le *verifiche sperimentali*, il tipo di *formalizzazione*,
- badare a che tutti e quattro gli elementi del quadro siano valorizzati con il giusto peso,
- attenti a non "appiattare" la fisica sulla matematica,
- attenti a usare la formalizzazione matematica nelle sue giuste potenzialità (quella che aiuta a capire anziché oscurare maggiormente i concetti fisici),
- attenti a eventuali conflitti fra l'inquadramento epistemologico corretto e le rappresentazioni mentali degli studenti.

Un esempio: nella riflessione sul moto fatta prima, in matematica si tende ad “appiattare” la *velocità* sul concetto di derivata prima dello spazio rispetto al tempo, l'*accelerazione* sul concetto di derivata seconda, *spazio* e *tempo* diventano un punto nel diagramma cartesiano, il tempo poi, essendo l'ascissa del diagramma orario, diventa la variabile rispetto a cui si deriva.

In fisica, e nell'intuizione spontanea del ragazzo,

- lo spazio è la *distanza percorsa* durante il moto, non un “punto” (evitare di parlare di “punto” in fisica, a meno che ciò diventi essenziale perché si sta arrivando, ad esempio, al concetto di limite; così pure evitare di parlare di “punto materiale”)
- il tempo è l'*intervallo di tempo* impiegato a percorrerlo,
- la *velocità* è la grandezza che mi dice se, in un certo intervallo di tempo, ho percorso una distanza più o meno grande, oppure se ho percorso una certa distanza in un tempo più o meno breve (concetto di proporzionalità diretta o inversa, piuttosto che di derivata prima),
- l'*accelerazione* è la grandezza che esprime quanto rapidamente si riesce a cambiare la velocità, cioè in quanto tempo e quanto grande è il cambiamento (vedasi “Quattro ruote”): nuovamente è una questione di proporzionalità diretta o inversa più che di derivata seconda.

1.4 La formalizzazione

La formalizzazione è il passo centrale per riuscire a “dare forma” alle informazioni ed esperienze che ci vengono dall’esposizione ai fenomeni e alle cose che succedono. La formalizzazione può essere fatta a diversi livelli:

- attraverso il *linguaggio* e quindi la *descrizione* del fenomeno con l’uso di parole appropriate, che assumono significati precisi e condivisi con gli altri (esigenza dettata dalla necessità di comunicare in modo non ambiguo); nel *linguaggio scientifico* i termini usati sono legati a precisi *concetti* che hanno certi significati e non altri, definiti spesso in modo convenzionale perché considerati *utili ed economici*;
- attraverso la *rappresentazione grafica o iconica*: esempio l’uso di simboli grafici, schemi, diagrammi, o anche semplici disegni,
- attraverso l’analisi delle *correlazioni logiche e/o matematiche*,
- con l’assunzione di *approssimazioni, ipotesi, postulati*,
- attraverso *relazioni matematiche*

L’analisi delle correlazioni conduce a dare una struttura formale alla disciplina, attraverso la formulazione di *leggi, modelli e teorie*. Sovente c’è confusione fra legge, modello e teoria:

- la *legge* è una relazione fra grandezze fisiche, generalmente espressa sotto forma di equazione matematica, basata su regolarità riscontrate sperimentalmente. Si parla di semplice *legge empirica* se la legge non esprime nulla di fondamentale, al di là delle regolarità riscontrate sperimentalmente, spesso codificate nella legge con approssimazioni più o meno forti: ad es. la legge di Hook che esprime la relazione di proporzionalità diretta tra forza elastica ed allungamento è l’approssimazione al primo ordine dello sviluppo in serie di una relazione complessa, che dipende in modo cruciale dalle proprietà elastiche del materiale, dalla forma geometrica dell’oggetto, ecc.. Molte leggi sono invece l’espressione di *relazioni fondamentali* fra grandezze fisiche e sono spesso accompagnate da forti *ipotesi teoriche* che sono una generalizzazione delle regolarità emerse dalle evidenze sperimentali: ad esempio la legge di Ohm, che esprime la proporzionalità diretta fra differenza di potenziale elettrico e intensità di corrente elettrica, oppure le leggi di Keplero sulle orbite dei pianeti o le leggi stesse della dinamica newtoniana;
- una *teoria* è molto più che una legge, è un insieme di leggi, fortemente legate fra di loro e legate a principi generali: es. la teoria di Maxwell dell’elettromagnetismo classico, la teoria della relatività, ecc.
- il *modello* è la descrizione del fenomeno o dell’oggetto, che facciamo spontaneamente per rappresentare mentalmente gli aspetti essenziali che ci aiutano a capirlo e ricordarlo. È una

operazione essenziale per lo sviluppo di tutte le conoscenze, anche non strettamente fisiche, perché, lavorando su somiglianze o analogie con fenomeni oppure oggetti già noti e riducendo la descrizione mentale agli aspetti essenziali, favorisce la costruzione rapida di nuove conoscenze. Anche in fisica, modellizzare è una operazione essenziale per lo sviluppo delle conoscenze. Si parte da certe *ipotesi*, si introducono delle approssimazioni o delle semplificazioni, che permettono la descrizione del fenomeno in termini di leggi note o ipotizzate, in base alle quali si formulano certe *previsioni*, che possono poi essere sottoposte alla *verifica sperimentale*. Ad esempio il modello di Drude sulla conduzione dell'elettricità nei metalli, che riconduce la legge di Ohm al moto di deriva degli elettroni del metallo in presenza di un campo elettrico, porta a formulare una precisa previsione sulla dipendenza dalla temperatura della resistenza elettrica nei metalli. Abituare l'allievo a *modellizzare* anche in modo euristico e guidato dall'*intuizione* spontanea è un aspetto importante dell'educazione scientifica, perché è alla base del *metodo di indagine scientifica*.

La formulazione di modelli, leggi e teorie in *linguaggio matematico* è un aspetto assolutamente fondamentale in fisica, che ha caratterizzato da sempre lo sviluppo delle conoscenze fisiche e in modo determinante da Newton in poi, con l'introduzione di metodi di analisi matematica. Coi numeri infatti le correlazioni fra grandezze fisiche diventano molto più chiare, ripetibili, sicure; sui numeri si può operare con operazioni matematiche, dai numeri si passa ai simboli e sui simboli si opera con operazioni algebriche e analitiche.

1.5 La formalizzazione in matematica e in fisica

Il diverso inquadramento epistemologico delle due discipline porta a differenze sostanziali nella formalizzazione, che vanno tenute ben presenti quando si usa la matematica per formalizzare un concetto fisico o una relazione fra grandezze fisiche.

Alcuni esempi:

a) La relazione fra grandezze, $y=f(x)$

In matematica significa che posso esprimere la variabile y in funzione della variabile x , ma, nel dominio in cui f ammette la funzione inversa g , posso ugualmente scrivere $x=g(y)$

In fisica la relazione significa che x è la *variabile indipendente* mentre y è la *variabile dipendente*, quindi, anche se esiste, la funzione $g(y)$ può non avere significato fisico. Esempio “la resistenza elettrica di un filo elettrico di sezione costante è direttamente proporzionale alla sua lunghezza”: posso variare la lunghezza e vedere che, di conseguenza varia la resistenza, ma non posso fare il viceversa!

Nella rappresentazione grafica, normalmente la variabile indipendente si riporta sull'asse delle ascisse, quella dipendente sull'asse delle ordinate.

b) Ciò che interessa di una funzione

In matematica interessa l'intervallo di definizione, le proprietà di continuità, l'andamento asintotico, ecc.

In fisica interessa studiare la funzione nell'intervallo di valori fisicamente possibili, anzi negli intervalli accessibili nelle condizioni sperimentali o agli apparati di misura utilizzati: una relazione fra massa e volume ad esempio non interessa a valori negativi del volume, oppure a valori infiniti.

c) Derivata e rapporto incrementale

In matematica il rapporto incrementale è “tollerato” come trampolino di lancio verso la derivata; importante l'interpretazione geometrica (tangente alla curva)

In fisica il significato fisico è generalmente più chiaro nel rapporto incrementale (esempio: il concetto di velocità o di accelerazione), anzi, in alcuni casi, sappiamo che non è rigorosamente

lecito passare al limite di intervalli infinitesimi (esempio: la corrente elettrica); l'interpretazione geometrica non ha particolare significato (è una grandezza dimensionale, non una "tangente")

d) La rappresentazione grafica

In matematica interessa generalmente solo l'andamento della funzione

In fisica è essenziale esplicitare le *scale* usate per gli assi, *incluse le unità di misura*

e) Significato di "misura" e sua rappresentazione

In matematica la misura è un numero puro che rappresenta il rapporto fra la grandezza da misurare e l'unità di misura scelta. Il "rapporto" può essere una pura operazione mentale e quindi il rapporto potrebbe essere anche un numero irrazionale: ad esempio il numero π è la misura della circonferenza in unità di diametri.

In fisica la misura implica una scelta di un *campione fisico* e di una ben precisa operazione di misura, nel corso della quale l'unità di misura viene in qualche modo "riportata" sulla grandezza da misurare, ottenendo non un numero preciso ma un intervallo di valori egualmente validi (o validi secondo una certa probabilità statistica), detto "incertezza di misura": la misura è quindi espressa da tre componenti, il *numero*, l'*unità di misura* e l'*incertezza*.

Esercizi

1. Misure e calcoli sulla velocità (esercizio obbligatorio)

Misurate, per un fenomeno di moto preso dalla vita di tutti i giorni, velocità, accelerazione, quantità di moto e sua variazione, forza, variazione di energia cinetica, riportando esplicitamente i valori dei dati di partenza e i calcoli eseguiti.

2. Intervento didattico (dovranno essere preparati 2 interventi didattici su 2 temi a scelta fra quelli delle prime 5 lezioni)

Prendete in esame uno dei temi importanti di meccanica che si presti, secondo voi, a esemplificare gli aspetti critici

- del rapporto insegnamento/apprendimento,
- dell'inquadramento epistemologico tipico della fisica,
- della formalizzazione in generale e di quella matematica in particolare.

Cercate soprattutto di

- a) discutere come tenere conto degli interessi degli studenti, in particolare che tipo di "attacco" e quali agganci alla realtà quotidiana proponete,
- b) discutere quali aspetti disciplinari del tema considerate importanti anche alla luce dei tre punti sopra ricordati (rilevanza, teoria formale, struttura logica della disciplina),
- c) mettere in evidenza l'inquadramento epistemologico secondo i quattro punti sopra descritti,
- d) discutere le possibili rappresentazioni mentali, spontanee o indotte, che possono avere sul tema scelto studenti di scuola secondaria,
- e) discutere una semplice *modellizzazione* del fenomeno,
- f) discutere le *leggi fisiche* che descrivono il fenomeno.

Esaminate inoltre come il tema è trattato in un testo universitario e discutete se, in questa trattazione, emerge chiaramente il quadro epistemologico.

Fate la stessa analisi sulla trattazione del tema in un testo di scuola secondaria, discutendo anche se si tiene conto in qualche modo dei possibili problemi di apprendimento ed esaminate **criticamente** il tipo di formalizzazione proposto.