

9. La Meccanica Quantistica nella Scuola Secondaria

9.1 Perché la MQ nella scuola secondaria

Argomenti a favore:

- la maggior parte degli sviluppi della fisica e della chimica del Novecento è incomprensibile senza la MQ (Arons[1]),
- importanti applicazioni tecnologiche sono basate su leggi quantistiche,
- la MQ ci costringe a esaminare a fondo la trattazione classica, proprio perché ne mette in luce i "limiti",
- la MQ ha modificato in modo sostanziale l'approccio alla fisica dal punto di vista fondamentale.

Argomenti contro:

- la MQ richiede strumenti matematici avanzati (equazioni differenziali, numeri complessi, ecc.), non in possesso degli studenti di scuola secondaria,
- è lontana dall'esperienza concreta, non è intuitiva, è astratta,
- gli studenti hanno già sufficienti difficoltà ad apprendere la meccanica classica

9.2 Modalità di introduzione della meccanica quantistica

- *I nuclei concettuali essenziali.* Riguardano una revisione profonda, rispetto alla fisica classica dei concetti legati a:
 - struttura della materia: "granularità intrinseca" della materia legata alla costante di Planck h , "dualismo onda-corpuscolo";
 - energia: livelli energetici quantizzati, legati alle dimensioni del sistema;
 - determinismo e probabilità: le previsioni in MQ non possono essere rese precise a piacere, ma hanno una indeterminazione "non epistemica" e comunque non sono mai di tipo "SI" o "NO", ma probabilistiche
- *Le difficoltà degli studenti*
 - passaggio dal continuo al discreto: la meccanica classica ha allenato per anni lo studente a compiere il passaggio dal "discreto" (ad esempio i punti discreti in cui è stato rilevato il passaggio del corpo in un certo istante) al "continuo" (attraverso l'interpolazione offerta dall'equazione del moto che fa ricostruire con continuità la traiettoria nei punti intermedi), con la meccanica quantistica occorre fare il passaggio inverso;
 - mancanza di riferimenti macroscopici che permettano di "visualizzare" i fenomeni;
 - complessità dei concetti: concetto di "azione", essenziale per comprendere il significato della relazione di Planck, che è alla base della MQ; concetto di "onda" (energia portata dall'onda, fase, sovrapposizione lineare); concetti di "probabilità" e "determinismo"
 - complessità della formalizzazione: l'equazione del moto dei corpi della meccanica classica, $F=ma$, e quella delle onde, $A=A_0\cos(kx-\omega t)$ sono sostituite da un'unica equazione del moto, l'equazione di Schroedinger, che descrive l'evoluzione spaziale e temporale di una grandezza astratta e non misurabile direttamente, la "funzione d'onda". Poiché l'equazione di Schroedinger è sicuramente al di sopra degli scopi e delle possibilità di una trattazione a

livello di scuola secondaria, non è accessibile una descrizione formalmente corretta del moto; rimangono tuttavia relazioni semiclassiche che permettono di stimare ordini di grandezza, di apprezzare gli aspetti qualitativi dei fenomeni, come le relazioni di indeterminazione, $\Delta p_x \Delta x \geq h$, la relazione di De Broglie, $\lambda = h/p$, e la stessa relazione di Planck, $E = hf$.

- *Programmazione*

È necessario un forte aggancio alla fisica classica e un ripensamento di alcuni concetti e procedure della fisica classica.

Per le modalità di inserimento esistono due diverse linee di pensiero:

- a) come *tema finale* dell'ultimo anno, alla fine del corso: è la programmazione suggerita nella quasi totalità dei libri di testo [2],
- b) *inserimento programmato e graduale* negli argomenti di fisica "classica".

- *Impostazione: diversi approcci*

- a) seguire lo sviluppo *storico*

➤ si discute la "fisica dei quanti", partendo dalle "evidenze sperimentali" e introducendo le due **relazioni fondamentali**:

- di *Planck*, $E = hf$ (energia = quanto di Planck · frequenza)

- di *de Broglie*, $\lambda = h/p$ (quantità di moto = quanto di Planck / lunghezza d'onda)

che legano grandezze tipiche di corpuscoli (energia, quantità di moto) con grandezze tipiche di onde (frequenza, lunghezza d'onda); si introducono in modo euristico i "principi":

- *complementarietà* onda-corpuscolo,

- *corrispondenza* tra fisica dei quanti e fisica classica,

- *indeterminazione*,

- *sovrapposizione lineare*;

si accenna infine al formalismo della *meccanica quantistica*. Hanno questa impostazione la quasi totalità dei libri di testo di scuola secondaria [2];

- b) seguire lo sviluppo *logico*, partendo dalla teoria così come la conosciamo oggi, cioè dall'enunciazione formale della meccanica quantistica (meccanica delle matrici, meccanica ondulatoria). È l'approccio più vicino a quello universitario;

- c) un approccio nuovo e interessante per la didattica della MQ nella scuola secondaria, che è a metà strada fra i due approcci precedenti, è il metodo della "somma sui molti cammini" di Feynman [3].

- *Metodologia* Pur cercando di mantenere come punto di partenza i fenomeni reali e le evidenze sperimentali, i concetti quantistici *non* possono essere costruiti sull'osservazione e interpretazione dei fenomeni del "mondo esterno" che è necessariamente "classico", ma vanno costruiti prevalentemente sulla base di una forte revisione critica e sul ripensamento dei concetti della fisica classica. Dopo aver studiato la meccanica quantistica, ancor più di quanto succede dopo aver studiato la relatività, il mondo dei fenomeni fisici non può più apparire lo stesso di prima!

- *Valutazione*

- necessaria, per sottolineare che si tratta di argomenti che hanno lo stesso valore cognitivo nei riguardi della disciplina degli argomenti di fisica classica,
- non deve essere generica, bensì mirata ad **aspetti specifici**, possibilmente quantitativi (no alle "chiacchiere" o alla memorizzazione facile [1]!)
- se si richiede un saggio o una tesina, è utile fornire prima uno schema di massima e predisporre una *griglia di valutazione*.

9.3 Concetti di fisica classica a cui ripensare

Il “ripensamento” dei concetti di fisica classica in vista dell’introduzione dei concetti quantistici è indispensabile sia nell’introduzione concentrata nell’ultimo periodo didattico sia nell’introduzione graduale dei concetti quantistici.

Esso deve riguardare la descrizione classica dei due tipi di moto associati al *trasporto di energia*: il moto di corpi materiali (*corpuscoli*), il moto ondulatorio (*onde*).

In entrambi i casi le domande da farsi sono:

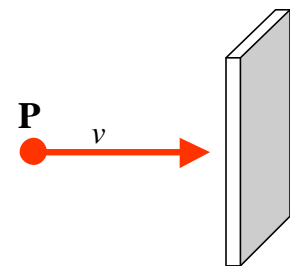
- che cosa succede andando all’estremamente piccolo?
- è lecito trattare le grandezze come se variassero con *continuità*?

Moto di corpuscoli

- predisporre ad accettare il fatto che, andando nell’estremamente piccolo – e anche a quantità di moto estremamente basse – qualcosa di molto diverso da quello a cui siamo abituati può accadere;
- riflettere sul concetto di traiettoria e sulla possibilità di determinarla esattamente (*determinismo classico*) per predisporre ad accettare come plausibile l’*indeterminismo quantistico*;
- riflettere sul significato della formulazione della seconda legge della dinamica attraverso equazioni differenziali e sul significato di grandezze definite attraverso operazioni di derivazione (velocità come derivata dello spazio rispetto al tempo, accelerazione come derivata della velocità rispetto al tempo), che implicano che le grandezze fisiche possano essere fatte variare di quantità *piccole a piacere*.

In particolare è bene ripensare

- il significato di *dimensione*: quanto piccola può essere la più piccola lunghezza che si può esplorare? Per misurare occorre *interagire* in qualche modo con l’oggetto che si vuole misurare e quindi modificarne lo stato¹;
- il significato di *quantità di moto*: quanto piccola può essere la più piccola quantità di moto che si può esplorare? Come si fa a misurarla? Per misurare occorre *interagire* in qualche modo con l’oggetto che si vuole misurare e quindi modificarne lo stato;
- come descrivere la *traiettoria* ad esempio di un corpuscolo (pallina)
 - come si fa a “centrare un bersaglio”?
 - che cosa avviene se c’è un *ostacolo* sulla traiettoria?
 - che cosa significa *determinismo*?
- un corpuscolo in moto trasporta un’*energia* ben individuata ($E = 1/2 mv^2$) e ben localizzata temporalmente e spazialmente.



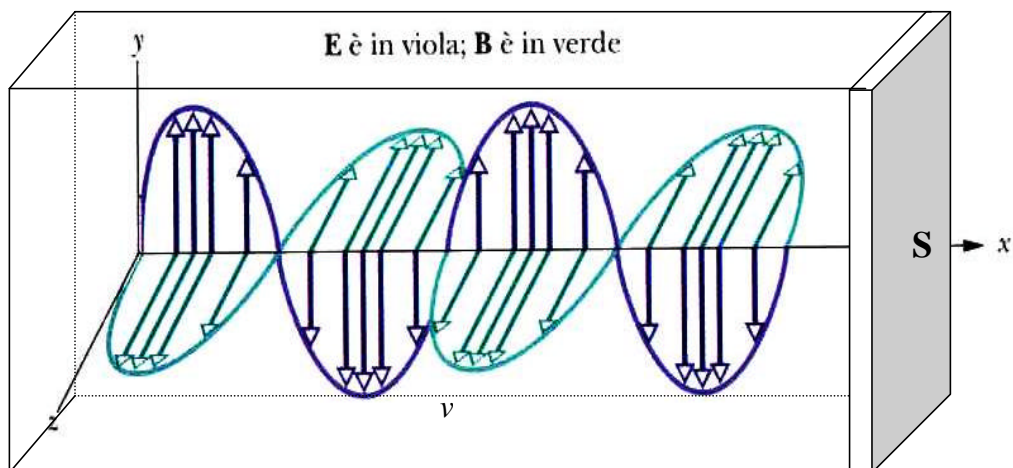
Moto ondulatorio

- riflettere sul concetto di *onda* e sulle grandezze che la descrivono, o che descrivono in generale i fenomeni *periodici* nello spazio e nel tempo:
 - *periodo* e *frequenza*: il moto si ripete in modo identico dopo un intervallo di tempo pari al periodo; l'inverso del periodo è la frequenza, che stabilisce il ritmo con cui il fenomeno si ripete;
 - “*lunghezza d'onda*”, λ : è la lunghezza percorsa in un periodo; il moto cioè riprende a svolgersi nello stesso identico modo in cui si svolgeva a una distanza pari a λ ;
 - *fase*: durante l'intervallo di tempo pari al periodo il moto passa per *fasi* diverse che si ripetono identiche nel periodo successivo e a una distanza pari a una lunghezza d'onda

¹ Anche la semplice osservazione visiva implica che l’oggetto che osserviamo attraverso il segnale luminoso non si trova più nello stesso identico stato fisico in cui si trovava prima di emettere tale segnale. Nella meccanica classica è tuttavia possibile valutare *esattamente* l’effetto dell’interazione e correggere le conseguenti variazioni indotte.

(fase dell'orologio, di una camminata, “due ragazzi camminano in fase”, “mantenersi in fase” fra vogatori);

- *velocità* nel moto periodico nello spazio e nel tempo: è la velocità con cui la stessa fase si ripete, quindi è lunghezza d'onda divisa per il periodo T , $v_f = \lambda/T$ (*velocità di fase*);
- b) riflettere sul fatto che *l'onda non è localizzata* ma è contemporaneamente presente in molti punti, quindi non ha una traiettoria ben definita e sente gli ostacoli in modo diverso dal corpuscolo; esempi: il fenomeno della *riflessione/rifrazione* del raggio di luce: la traiettoria che “si spezza” e si divide in due traiettorie; l'*interferenza da doppia fenditura*: l'onda che passa contemporaneamente per entrambe le fenditure e, al di là di esse, non si può dire se la perturbazione (e quindi l'energia associata alla perturbazione) arriva da una fenditura o dall'altra; la *diffrazione* da un reticolo:
 - con fascio laser → il fascio arriva in punti diversi
 - che cosa *arriva* nei punti intermedi?
 - con luce bianca → come per il fascio laser, ma in posti diversi per ogni colore
- c) riflettere sulla *sovrapposizione* delle onde che arrivano in un certo punto: in quali condizioni posso fare una sovrapposizione, in quali invece non posso? Sono “pezzi diversi” della stessa onda che si sovrappongono dopo aver fatto percorsi diversi oppure sono “onde diverse”?
- d) riflettere sull'energia portata da un'onda che non è localizzata. Infatti è definita solo la *densità di energia*; per avere l'energia debbo specificare la superficie su cui la raccolgo e per quanto tempo, e quindi il volume da cui proviene questa energia: in un secondo si raccoglie sulla superficie S tutta l'energia che si trova nel volume di base S e altezza v pari alla velocità dell'onda.



Onda/corpuscolo

Riflettere contemporaneamente sui concetti di *energia* e *frequenza* per poter capire la portata della relazione fondamentale della meccanica quantistica, la *relazione di Planck*, $E = hf$; classicamente sono concetti separati, che appartengono a fenomeni diversi; l'*energia* è una *proprietà caratteristica di un oggetto fisico*, soprattutto se pensata come energia di moto; la *frequenza* è *caratteristica di un fenomeno periodico*, non di un oggetto fisico;

- ➔ ha senso parlare di *frequenza* per il moto di una pallina da ping-pong?
- ➔ quale è l'*energia* portata da luce di una data frequenza?

9.4 Esperimenti di fisica classica a cui ripensare

Osservazioni su fenomeni di meccanica

Fenomeni o “esperimenti” utili su cui riflettere sono:

- lancio di palline contro un bersaglio: come si definisce una traiettoria, come si “prende una mira”, che cosa succede se c’è un ostacolo sul percorso (vedi punto c)
- semplici fenomeni periodici nello spazio e nel tempo, come la camminata o le onde meccaniche in cui *periodicità* e *fase* caratterizzano il fenomeno, non il “corpuscolo”.

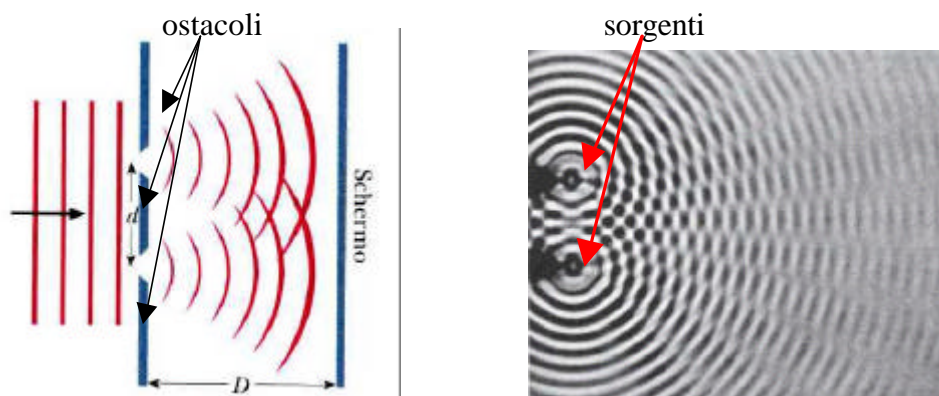
Esperimenti di ottica

Gli esperimenti utili sono quelli che aiutano a ripensare ai concetti di “raggio”, di “segnale luminoso” e sua “propagazione”, nonché a che cosa “viaggia” effettivamente, che cosa sono la “sorgente” e il “rivelatore”.

Il modello spontaneo più semplice per descrivere la propagazione della luce è quello geometrico, nel quale la luce è "raggio" che si propaga in linea retta dalla *sorgente* all'*osservatore*. Se incontra un ostacolo, può essere *riflesso* oppure *diffuso* oppure *rifratto*. In questo modello, le leggi con cui avvengono la riflessione, la diffusione e la rifrazione sono quelle dell'*ottica geometrica*, che si giustificano con ipotesi ragionevoli, basate sull'esperienza empirica. Il “raggio”, nel modello spontaneo, è sostanzialmente un *flusso di energia*, anche perché l'aspetto energetico associato in particolare ai raggi solari è molto evidente (così evidente che spesso si dice impropriamente ma efficacemente che i raggi solari trasportano “calore”).

Il modello fu sviluppato in dettaglio da Newton, che trattò il raggio come un vero e proprio “*corpuscolo*”. Il modello di Newton dominò a lungo, per l'autorevolezza di chi lo aveva proposto, nonostante le difficoltà nell'interpretare i fenomeni di interferenza. Nella linea del modello corpuscolare c'è *principio di Fermat*, secondo il quale la *traiettoria* "scelta" dal raggio è quella che permette di realizzare il tempo minimo di propagazione. Il principio di Fermat ha un suo fascino, perché attribuisce al raggio la capacità di "sapere", prima ancora di “imbarcarsi” su una certa traiettoria, che quella strada gli permetterà di realizzare il tempo minimo.

Il modello *ondulatorio* fu proposto inizialmente da Huygens (1678): in esso non c'è bisogno di ricorrere a un principio ad hoc, ma tutto può essere derivato dai principi primi della propagazione delle onde (che, oltre un secolo dopo, Maxwell identificò come onde elettromagnetiche). Nel modello ondulatorio possono essere interpretati anche fenomeni come l'*interferenza*, la *diffrazione* e la *polarizzazione* che non sono descrivibili nel semplice modello geometrico. Il diverso comportamento di un'onda luminosa rispetto al moto di un corpuscolo è sostanzialmente legato al fatto che un'onda ha “*molti possibili cammini*”: degli “ostacoli” messi sul percorso di un'onda hanno un effetto molto diverso da quello che avrebbero sulla traiettoria di una particella, onde emerse da diverse sorgenti possono *sovrapporsi* nello spazio, ecc.



Gli esperimenti da riesaminare sono quelli che aiutano a riflettere su questi aspetti, ad esempio:

- la diffrazione da una fenditura,
- l'interferenza da doppia fenditura,
- il reticolo di diffrazione.

Nel rifare o ripensare gli esperimenti, occorre badare a:

- osservare e descrivere ciò che si può affermare di aver *effettivamente* osservato,

- riflettere su quanto osservato e confrontare con le aspettative di un modello ingenuo e spontaneo, basato sull'idea intuitiva di traiettoria.

Per entrare nel mondo della meccanica quantistica occorre infatti compiere questo grosso *salto concettuale* che è l'abbandono dell'idea classica di "traiettoria", alla quale noi siamo così ben abituati per la nostra esperienza quotidiana e proprio l'analisi critica di questi esperimenti aiuta a rendersi conto che l'idea di "traiettoria" è soltanto una descrizione semplificata ed economica di un fenomeno ben più complesso.

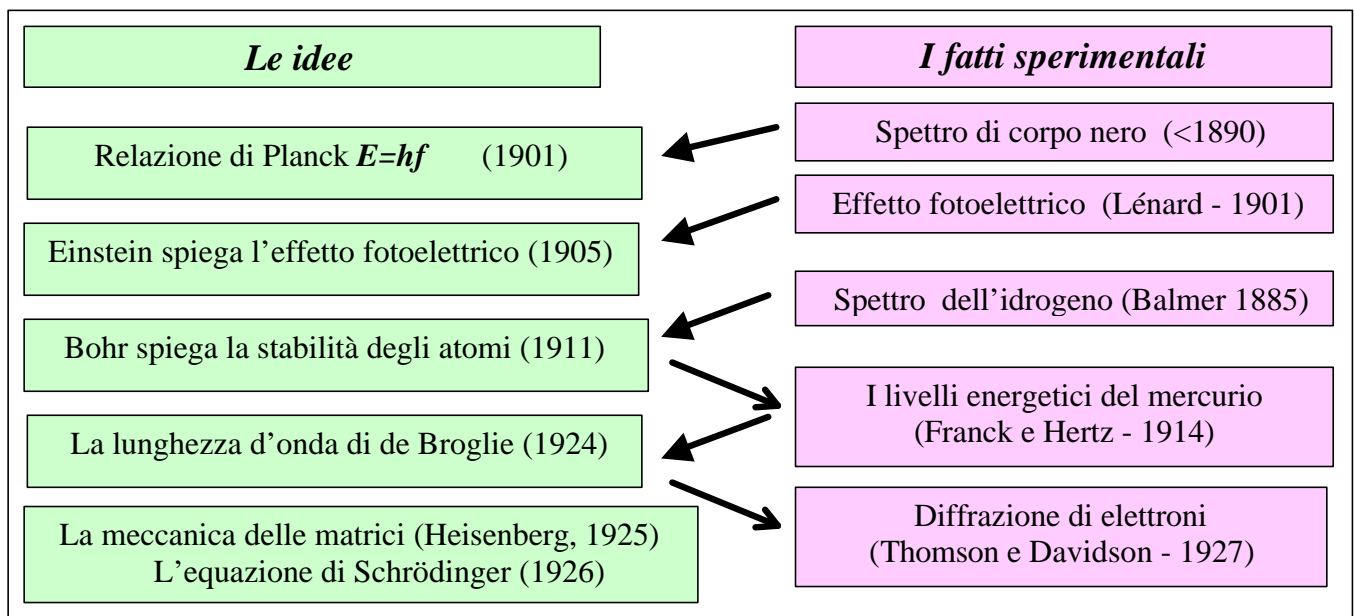
È inoltre importante qualche misura di *intensità luminosa*, per aiutare a riflettere sull'*energia* portata dall'onda, meglio se associata al concetto di "spettro" luminoso, cioè al fatto che

- l'energia può essere diversa alle diverse lunghezze d'onda (*spettro* luminoso),
- che c'è energia anche fuori delle lunghezze d'onda visibili (infrarosso o ultravioletto),
- che c'è correlazione fra spettro e *temperatura* della sorgente (legge di Wien), usando, ad esempio, un semplice "varialuce" per esplorarla qualitativamente.

9.5 Che cosa fare con gli allievi e perché: la "fisica dei quanti"

9.5.1 Lo sviluppo storico

Con il nome di "fisica dei quanti" si intende tutto quell'insieme di concetti e di relazioni fra le grandezze fisiche che hanno aspetti non riconducibili agli analoghi concetti e relazioni della fisica classica e che emersero, nel primo quarto del ventesimo secolo, dall'interpretazione di alcuni esperimenti chiave. Per lo studente di scuola secondaria è importante esaminarli, almeno a grandi linee, per comprendere perché e in che modo la fisica classica entrò "in crisi" e fu necessario elaborare una nuova teoria formale, cioè una nuova meccanica, dato che la formulazione della meccanica newtoniana non era più compatibile con la descrizione corretta dei nuovi fenomeni. La sequenza va da Planck a de Broglie ed è, semplificando al massimo un cammino che fu tutt'altro che lineare, sommariamente descritta nella seguente tabella.



9.5.2 Le relazioni fondamentali della fisica dei quanti: Planck, Einstein, Bohr, de Broglie

La relazione fondamentale da capire, dalla quale tutto ha inizio, è la relazione di Planck

$$E = hf \quad (1)$$

dove h è la *costante di Planck*, E l'energia, f è la frequenza. La relazione stabilisce semplicemente che la più piccola quantità di energia che può essere emessa o assorbita dalla materia alla frequenza

f non è “piccola a piacere”, ma è finita e proporzionale alla frequenza f della radiazione. La costante di proporzionalità

$$h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ J}\cdot\text{s} \quad (2)$$

è la costante fondamentale della meccanica quantistica. La relazione fu ipotizzata da Planck per interpretare il cosiddetto “spettro di corpo nero”, cioè l’energia radiante E emessa o assorbita dalla materia alla frequenza f : l’esperimento non è affatto banale, né di facile interpretazione, anzi la sua interpretazione è del tutto anti-intuitiva.

L’importanza rivoluzionaria della relazione di Planck risiede nel fatto che

1. viene “quantizzata” l’azione, che è la nuova grandezza che assume importanza fondamentale nella fisica dei quanti (h è anche chiamato il *quanto di azione*): il quanto d’azione determina la *granularità intrinseca* della natura, che l’energia e la frequenza, ma il prodotto delle due grandezze;
2. si stabilisce una relazione di proporzionalità fra una grandezza caratteristica della descrizione del moto di un corpo, cioè l’energia E , e una grandezza caratteristica del moto di un’onda, cioè la frequenza f ;
3. per la prima volta, nella storia della fisica da Newton in poi, compare una *costante naturale* che pone un limite al “piccolo a piacere” (che sta alla base del “passaggio al limite” nelle operazioni di derivazione essenziali nella meccanica newtoniana: tutta la fisica classica non ha “costanti di scala”).

L’importanza della prima implicazione fu accettata abbastanza facilmente dai fisici, anche perché si inquadrava nello schema delle altre quantizzazioni che si stavano scoprendo (carica elementare dell’elettrone, massa dell’elettrone, massa del nucleo). L’azione è una grandezza poco utilizzata in fisica classica, per cui non è immediato comprendere il significato della quantizzazione dell’azione; le sue dimensioni sono quelle del prodotto di *energia per tempo* (J·s nel sistema SI) oppure di *spazio per quantità di moto* ($\text{m}^2\cdot\text{kg}\cdot\text{s}^{-1}$) oppure ancora del *momento angolare*, che è anch’esso il prodotto di una quantità di moto per una lunghezza, cioè per la distanza dall’asse di rotazione. La “granularità intrinseca” non riguarda quindi separatamente *energia* o *tempo*, oppure *spazio* o *quantità di moto*, oppure *momento angolare* o *angolo*, ma solo il prodotto dei due.

L’importanza della seconda implicazione divenne chiara poco dopo l’enunciazione di Planck della granularità dell’azione, con l’interpretazione dell’effetto fotoelettrico data da Einstein nel 1905 (lo stesso anno della teoria della relatività ristretta). Le caratteristiche di questo fenomeno condussero infatti Einstein, che conosceva la relazione di Planck, a pensare che un’onda elettromagnetica di frequenza f è formata da un insieme di corpuscoli (fotoni) aventi ciascuno un’energia data dall’equazione (1) e quindi che l’energia trasportata dall’onda è pari al prodotto dell’energia del singolo fotone per il numero di fotoni. Classicamente invece, la *densità di energia* W dell’onda elettromagnetica si calcola dall’intensità dei campi elettrici e magnetici:

$$W = \frac{\mathbf{e}_o \vec{E}^2}{2} + \frac{\vec{B}^2}{2\mathbf{m}_o} \quad (3)$$

Per passare dalla densità di energia all’energia, occorre poi *moltiplicare la densità per il volume*: maggiore è il volume, maggiore è l’energia associata al campo. L’energia può quindi essere resa “piccola a piacere”, sia riducendo il volume, sia riducendo l’intensità dei campi elettrici e magnetici: l’elettromagnetismo *classico* non ha infatti una “costante di scala” relativa all’energia, pertanto l’ipotesi aggiuntiva principale di Einstein, rispetto alla fisica classica, è la *granularità dell’energia* E portata dall’onda di frequenza f .

Rispetto a Planck, Einstein introduce per la prima volta l’idea che la quantizzazione non riguarda solo ciò che avviene all’istante in cui il campo elettromagnetico interagisce con la materia (all’emissione o all’assorbimento), ma che essa è una *proprietà del campo in sé*, che vale anche mentre il campo sta viaggiando dalla sorgente al rivelatore (Einstein ricevette il premio Nobel per questo suo contributo fondamentale alla fisica dei quanti). La conseguenza è che il fotone² diventa,

² Il nome “fotone” per descrivere il quanto del campo elettromagnetico venne coniato molto più tardi.

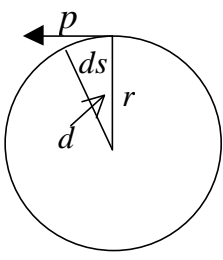
in virtù della relazione (1), un oggetto ibrido e del tutto nuovo, che ha allo stesso tempo proprietà ondulatorie (la frequenza f) e corpuscolari (una energia definita indipendente dal “volume” su cui si integra la densità di energia dell’onda). Questo è un esempio del principio di *complementarietà onda-corpuscolo*, su cui torneremo più avanti.

L’importanza della terza implicazione, che mina le basi stesse della formulazione matematica della meccanica classica, sfuggì per molto tempo, quasi fino alla formulazione finale della meccanica quantistica. Nella meccanica newtoniana è infatti essenziale, per descrivere la traiettoria di un corpo, ad esempio nella direzione x (ma lo stesso discorso vale in qualunque direzione), conoscere con esattezza sia la posizione x che la quantità di moto p in un certo istante per poter calcolare posizione e quantità di moto nell’istante successivo, tenendo conto dell’effetto di una forza $F(x)$ che dipenda dalla posizione x . Infatti:

$$dp = F(x) dt \quad ; \quad dx = p dt/m$$

quindi un errore su p si ripercuote sulla valutazione di x , che a sua volta si ripercuote su una valutazione di $F(x)$ e quindi di nuovo sulla valutazione di p : se si vuole avere una buona valutazione di p , occorre avere una buona misura di x . Il fatto che ci sia un limite alla conoscenza del prodotto xp e quindi anche del prodotto $dx dp$ legato al quanto di azione h mina alla base la possibilità di fare il calcolo, perché, se si vuole un dx piccolo, occorre che dp sia grande o viceversa, ma non possono essere ridotti entrambi contemporaneamente.

In una situazione di moto circolare il problema è analogo, come si vede da questo calcolo.



Il significato dell’azione nel moto di un elettrone intorno a un nucleo.
 Supponendo l’orbita circolare di raggio $r=0,5 \cdot 10^{-10}$ m (raggio di Bohr), l’elettrone ha una energia cinetica $E_{cin}=p^2/2m$ pari all’energia potenziale $E_{pot}=e^2/4\pi\epsilon_0 r$. La variazione di azione dA quando l’elettrone percorre il tratto ds è pari a $dA = p ds = pr dj$. Facendo i calcoli si ottiene

$$dA = prdj = dj \sqrt{\frac{2me^2}{2 \cdot 4\pi\epsilon_0}} r = dj \sqrt{0,9 \cdot 10^{-30} \cdot (1,6 \cdot 10^{-19})^2 \cdot 0,5 \cdot 10^{-10} \cdot 0,9 \cdot 10^{10}} \approx dj \cdot 0,7 \cdot 10^{-34} \text{ J}$$

Non è quindi possibile fare il calcolo dell’orbita dell’elettrone classicamente, perché non si potrebbero distinguere gli spostamenti angolari dato che uno spostamento angolare di oltre 1 radiante darebbe comunque una variazione di azione minore di h .

Questa è sostanzialmente la base del *principio di indeterminazione*, che fu enunciato formalmente da Heisenberg molto più tardi.

Il contributo successivo, fondamentale per l’interpretazione del moto a livello atomico, venne da Niels Bohr, che estese l’ipotesi di Planck-Einstein alle particelle massive come gli elettroni, per interpretare gli “spettri a righe” emessi dagli atomi³ e la stabilità stessa delle “orbite” elettroniche nell’atomo.

³ Uno spettro a righe è uno spettro in cui si ha radiazione solo in corrispondenza di certe frequenze; ad esempio, per l’idrogeno, si osserva una “riga” alla frequenza del rosso (665 nm) e un’altra riga nel verde (492 nm), ma fra le due non si osservano i colori intermedi. Bohr cercava di descrivere il moto degli elettroni secondo un modello classico di tipo “planetario”, come suggerito dai modelli di struttura dell’atomo che si andavano rafforzando nell’epoca sulla base dei nuovi risultati sperimentali. Secondo la meccanica classica, supponendo l’orbita circolare, l’energia cinetica E_{cin} è costante e dipende unicamente dal raggio r dell’orbita così come da r dipende la frequenza di rotazione f_{rot} (terza legge di Keplero); inoltre tutte le orbite dovrebbero essere permesse e, di conseguenza, tutti i valori di r , E_{cin} e f_{rot} . Perché l’elettrone dovrebbe “irradiare” un’onda elettromagnetica? Perché l’elettrone, come tutte le cariche elettriche in moto, produce un campo elettrico e un campo magnetico, ma, essendo la direzione della sua velocità variabile nel tempo, anche il campo elettromagnetico è variabile nel tempo e genera un’onda elettromagnetica che si irradia nello spazio, la cui frequenza dovrebbe rispecchiare f_{rot} e assumere quindi tutti i valori con continuità. In questo modello pertanto gli spettri atomici dovrebbero essere continui, il che è in contrasto con il fatto che le misure sperimentali mostrano che negli spettri compaiono solo alcune righe discrete; inoltre l’esistenza stessa di orbite stabili non è spiegabile con questo

Nella sua spiegazione, Bohr descrive il moto dell'elettrone intorno al nucleo con un modello classico di orbite circolari come quelle del moto planetario, in cui l'energia cinetica e quella potenziale dipendono dalla distanza media dal nucleo (raggio r dell'orbita se è circolare) come pure il periodo T e quindi la pulsazione $\omega=2\pi/T$. Bohr però introduce alcune ipotesi fondamentali:

- non tutte le orbite sono stabili, ma solo quelle per cui il momento angolare orbitale⁴ è multiplo intero di $\hbar = h/2\pi$;
- la radiazione viene emessa o assorbita in una "transizione" dell'elettrone fra due orbite stabili;
- se E_1 ed E_2 sono le energie dell'elettrone nelle due orbite, con $E_1 > E_2$, l'energia E_f del fotone emesso o assorbito è pari alla differenza fra le energie dell'elettrone nei due stati (principio di conservazione dell'energia); calcolando dal valore di E_f la frequenza f con la (1), si ottiene $hf = E_1 - E_2$, in buon accordo con i dati sperimentali;
- mentre è possibile calcolare l'energia delle due orbite stazionarie e quindi del fotone, *non è lecito fare delle ipotesi né tanto meno dei calcoli sul comportamento dell'elettrone durante la transizione* (ad esempio sulla traiettoria seguita dall'elettrone nella transizione).

Il terzo punto è chiaramente di tipo *epistemologico* più che scientifico ed è il riflesso di un atteggiamento sostanzialmente neopositivista di Bohr, secondo il quale la fisica non deve servirsi di supposizioni, concetti, enti, ecc., che *non risultino verificabili* con fatti sperimentali. È una affermazione altrettanto importante quanto le precedenti, perché esclude la possibilità di ogni rigoroso *determinismo* esteso a livello atomico (*indeterminismo non epistemico*).

L'ultimo contributo alla costruzione della fisica dei quanti venne da Louis de Broglie, che riformulò in termini esplicitamente ondulatori l'ipotesi che *anche le particelle massive* avessero comportamenti simili a quelli della radiazione, con l'introduzione della "lunghezza d'onda" di una particella massiva,

$$\lambda = h / mv \quad (4)$$

confermata poi dagli esperimenti di Davisson e Germer e di Thomson, che mostrano immagini di diffrazione da reticolo ottenuti con fasci di elettroni.

Si completa così la *complementarietà onda-corpuscolo*, su cui torniamo più avanti: da un lato le onde elettromagnetiche mostrano comportamenti corpuscolari, dall'altro particelle come gli elettroni, di cui sono ben note le caratteristiche "corpuscolari", mostrano in certi fenomeni comportamenti ondulatori.

9.5.3 Una riflessione su onde e corpuscoli

Ci si può chiedere perché bisogna arrivare fino al 1927, cioè agli esperimenti di Davisson e Germer e di Thomson per scoprire la natura ondulatoria delle particelle massive mentre fin dall'inizio dell'Ottocento si conosceva la natura ondulatoria della luce.

modello perché l'elettrone finirebbe col perdere rapidamente tutta la sua energia per radiazione e finire sul nucleo. Nella sua spiegazione Bohr ipotizzò, per le orbite circolari (la spiegazione fu poi estesa a orbite ellittiche da Sommerfeld) che fossero stabili solo quelle orbite per le quali la frequenza f , calcolata con la (1) dal valore dell'energia totale, coincidesse con la frequenza di rotazione f_{rot} . Con un po' di elaborazione, si dimostra che ciò porta alla "quantizzazione" del momento angolare $L = mvr$ associato all'orbita di raggio r , che deve essere un multiplo intero di $\hbar = h/2\pi$.

⁴ In realtà Bohr richiede che la frequenza di rotazione dell'orbita stazionaria sia pari alla frequenza "propria" dell'elettrone calcolata dalla relazione di Planck (1) in base alla sua energia cinetica; da tale richiesta si dimostra che segue la quantizzazione del momento angolare.

Energia di un elettrone su un'orbita circolare di raggio r dell'atomo di idrogeno secondo la meccanica classica

Cinetica:

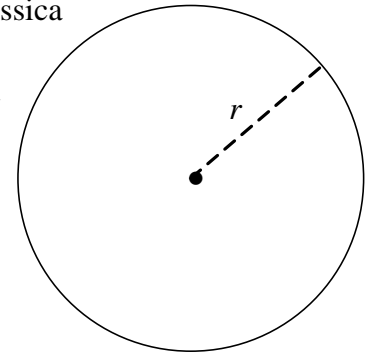
$$E_{cin} = \frac{1}{2} m \omega^2 r^2$$

Potenziale:

$$E_{pot} = -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r}$$

Totale:

$$E_{tot} = E_{cin} + E_{pot}$$



La risposta alla domanda è nella relazione (4): un oggetto massivo, anche microscopico, che si muova a velocità bassissime, ha lunghezze d'onda assolutamente non rivelabili sperimentalmente. Anche con un elettrone, che è la particella stabile più leggera di cui si dispone ($m \approx 10^{-30}$ kg), gli effetti ondulatori sono difficilmente rivelabili. Ad esempio con $v \approx 10^4$ m/s, che è una velocità già bassa per un fascio di elettroni accelerato con differenze di potenziale ragionevoli, si ottengono lunghezze d'onda troppo piccole per dare effetti osservabili senza una strumentazione sviluppata ad hoc:

$$\lambda \approx \frac{6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Js}}{10^{-26} \text{ kgms}^{-1}} \approx 10^{-8} \text{ m}$$

Le lunghezze d'onda della luce nel visibile sono circa un fattore 100 maggiori, quindi rivelabili molto più facilmente; infatti gli effetti ondulatori della luce erano già noti a Newton stesso e furono misurati fin dall'inizio dell'Ottocento.

Ci si può chiedere, viceversa, perché l'ipotesi che la materia fosse fatta di corpuscoli discreti era già stata formulata dagli antichi filosofi greci mentre la natura corpuscolare della luce⁵ fu confermata solo dall'effetto fotoelettrico. La risposta è nel piccolo valore dell'energia portata dal singolo "corpuscolo di luce", cioè dal fotone. Per un fotone "rosso", $\lambda \approx 650$ nm,

$$E = \frac{hc}{\lambda} \approx \frac{6,6 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \cdot 3 \cdot 10^8 \text{ ms}^{-1}}{6,5 \cdot 10^{-7} \text{ m}} \approx 3 \cdot 10^{-19} \text{ J}$$

non c'è quindi nessuna possibilità di rivelare il singolo fotone e misurarne l'energia con mezzi convenzionali (e infatti, nell'esperimento dell'effetto fotoelettrico, l'evidenza della granularità dell'energia del fotone di una certa lunghezza d'onda è ottenuta indirettamente).

9.5.4 I principi di complementarità, di sovrapposizione e di corrispondenza

Il principio di complementarità⁶ è il principio base, legato al significato della relazione di Planck (eq. 1) e quindi al significato del quanto di azione h . Ci sono vari modi di discutere il principio di complementarità, a seconda dell'enfasi maggiore o minore che si vuole dare alle conseguenze che ne derivano. La relazione di Planck infatti lega, attraverso la costante di azione h , le due grandezze che descrivono gli aspetti fra di loro "complementari" degli oggetti quantistici, cioè l'energia E e la frequenza f . Gli aspetti sono complementari, perché:

- l'energia E è una delle grandezze ben note dalla meccanica classica, usate per descrivere il moto di un corpo, ed è legata ad altre grandezze che descrivono il moto, quali la velocità v e la quantità di moto p (per una particella di massa m , le relazioni fra E , v e p sono: $E = 1/2 m v^2$, $E = p^2 / 2 m$);
- la frequenza f invece è caratteristica di un'onda, quale l'onda elettromagnetica, ed è legata ad altre caratteristiche dell'onda, quali la lunghezza d'onda λ e la velocità dell'onda v_f , che rappresenta la velocità con cui l'onda "viaggia" nello spazio. La velocità ha un significato un po' diverso dalla velocità di un corpo, perché, per definire spazialmente dove si trova l'onda, occorre identificare una ben determinata fase dell'onda, ad esempio il picco positivo: in un tempo t pari a un periodo, cioè a $1/f$, il picco si sposta di una lunghezza λ , quindi $\lambda = v_f t = v_f / f$ (per questo motivo v_f è chiamata anche "velocità di fase"); per l'onda elettromagnetica nel vuoto, v_f è la velocità della luce $c = 3 \cdot 10^8$ m/s.

⁵ Il modello corpuscolare di Newton, come ricordato, sopravvisse a lungo, nonostante la difficoltà di interpretare alcuni fenomeni e fu abbandonato non senza resistenza di fronte al modello ondulatorio che aveva migliori capacità interpretative e, soprattutto, con lo sviluppo delle tecniche diffrattometriche di Young, Fresnel e Fraunhofer permetteva di associare al colore la misura quantitativa della lunghezza d'onda.

⁶ Storicamente, il principio di complementarità venne introdotto da Bohr nel 1928 per spiegare in termini fisici il principio di indeterminazione (N. Bohr, Nature, 121, 1928, p.580): asserisce (v. Schiff, pag.32) che alcuni degli elementi che si completano reciprocamente per dare descrizione classica del moto sono effettivamente incompatibili se si scende a livelli di risoluzione dati dalla costante di Planck.

L'oggetto quantistico, definito dalla relazione di Planck, ha *entrambe le caratteristiche*: cioè possiede sia un'energia E sia una frequenza f e la costante che lega le due grandezze è la costante di Planck h , secondo l'eq. 1. Questa è sostanzialmente l'*ipotesi* fondamentale che sta alla base della fisica dei quanti: come discusso sopra, si tratta effettivamente di una ipotesi, che Planck formulò per spiegare i dati sperimentali relativi allo spettro di corpo nero e che è stata ormai confermata da innumerevoli test sperimentali. L'oggetto quantistico possiede quindi delle caratteristiche in più rispetto agli oggetti noti dalla meccanica o dall'elettromagnetismo classico:

- visto come *corpuscolo* ha "in più" una frequenza caratteristica, legata alla sua energia dalla relazione (1), con tutto ciò che una frequenza implica e che manca al corpuscolo classico, cioè lunghezza d'onda e fase e il fatto che vale il *principio di sovrapposizione*⁷
- visto come *onda* ha "in più" un'energia caratteristica, legata alla sua frequenza dalla relazione (1), aspetto "nuovo" per un'onda classica, in cui l'energia è legata all'intensità del campo elettrico che oscilla e non alla sua frequenza.

Gli oggetti "classici" sono appunto quegli oggetti in cui l'aspetto aggiuntivo introdotto dall'ipotesi di Planck dà effetti irrilevanti (ciò avviene quando la costante di Planck può essere considerata infinitamente piccola rispetto alle azioni coinvolte nel fenomeno). In tali condizioni, i calcoli fatti quantisticamente debbono tendere ai valori calcolati con la meccanica classica (*principio di corrispondenza*).

Gran parte della difficoltà di capire la fisica dei quanti deriva proprio dal fatto che, per gli oggetti a cui siamo abituati dalla fisica classica, sono irrilevanti gli effetti che seguono dalle caratteristiche "nuove" dell'oggetto quantistico e quindi tali effetti per noi sono incomprensibili, semplicemente perché non siamo abituati a vederli. E' importante sottolineare che non si deve pensare a un *dualismo onda-corpuscolo* in senso stretto, quale spesso si legge in certi testi⁸, cioè a un oggetto ibrido che in alcuni casi presenta aspetti corpuscolari e in altri ondulatori: l'oggetto quantistico ha *sempre* entrambe le caratteristiche, anzi tutti gli oggetti hanno sempre entrambe le caratteristiche, solo che in condizioni "classiche" (tipicamente di alta energia o di grandi dimensioni) non è possibile rivelarli entrambi contemporaneamente.

Quel che avvenne storicamente, come ricordato sopra, fu che risultò più facile scoprire gli aspetti corpuscolari della luce (Planck e Einstein, inizio '900, quelli ondulatori erano già stati scoperti da Young all'inizio dell'Ottocento), anziché scoprire quelli ondulatori della materia (bisogna aspettare agli esperimenti di Thomson e Davisson -1927- per l'evidenza diretta, mentre l'evidenza indiretta degli spettri a righe degli atomi non è stata sufficiente per la "scoperta" degli aspetti ondulatori dell'elettrone, ma solo per l'estensione all'elettrone di ciò che già si conosceva per il fotone).

9.5.5 Gli esperimenti chiave

È essenziale analizzare a fondo e possibilmente rifare alcuni esperimenti che mettono in luce relazioni e fenomeni tipicamente quantistici, legati alla quantizzazione o alla costante di Planck, in particolare quelli che hanno condotto alla crisi della meccanica classica, sottolineando gli aspetti che sono in contrasto con la meccanica o l'elettromagnetismo classici. Non sono esperimenti semplici, alcuni sono eseguibili solo con apparecchiature complesse, generalmente non disponibili in una scuola secondaria: in questo caso si può sopperire con una descrizione e discussione a

⁷ In un'onda infatti si sommano algebricamente (sovrappongono) ampiezze che derivano da onde che seguono cammini diversi, purché abbiano la stessa frequenza e mantengano una fase relativa definita, come avviene nei fenomeni di interferenza e diffrazione.

⁸ In uno dei testi per scuola secondaria, per altro di ottimo livello generale, si legge ad esempio, a proposito del dualismo onda-particella, la seguente frase: "l'oggetto fisico <luce> si presenta come onda o come particella a seconda delle condizioni sperimentali". L'imprecisione della frase consiste nell'associare il dualismo all'oggetto fisico "luce" e induce a pensare che la luce "decida" di volta in volta come "presentarsi" a seconda dell'apparato sperimentale che si trova di fronte! Peraltro non è neppure corretto affermare che ci sono degli apparati sperimentali che mettono in evidenza solo l'uno o solo l'altro degli aspetti duali, perché ci sono fenomeni in cui entrambi gli aspetti di onda e corpuscolo intervengono in modo essenziale (il LASER ne è l'esempio più chiaro).

tavolino. Gli esperimenti suggeriti sono quelli che indicano in modo più chiaro la relazione fra una *energia* e una *lunghezza d'onda*, che è il contenuto innovativo della relazione fondamentale della fisica quantistica, inaspettata in base alle leggi classiche della meccanica e/o dell'elettromagnetismo.

- *spettro di corpo nero*: l'energia emessa sotto forma di radiazione elettromagnetica da un corpo caldo non dipende solo dalla temperatura del corpo ma anche dalla *lunghezza d'onda* della radiazione; è importante capire come si misura uno spettro per capire il senso di ciò che esaminava Planck quando fece la sua scoperta, anche se non è pensabile che si possano individuare o capire gli effetti della quantizzazione dell'azione;
- *effetto fotoelettrico*: l'energia con cui un elettrone viene estratto dal catodo bombardato da un fascio di luce non dipende solo dall'intensità della radiazione ma anche dalla sua *lunghezza d'onda* e l'estrazione avviene in *singoli processi di interazione*, anziché in modo continuo (come aspettato in base all'elettromagnetismo e alla meccanica classici);
- *emissione di luce da parte di LED monocromatici*: il passaggio di corrente elettrica (e l'emissione di luce associata) assume caratteristiche simile a quello che avviene nei metalli solo al di sopra di una soglia di energia pari alla costante di Planck per la frequenza della luce emessa;
- *spettri a righe*: gli spettri di emissione e di assorbimento della radiazione elettromagnetica da parte di atomi non sono continui, ma presentano solo righe corrispondenti a ben determinate *lunghezze d'onda*, come se gli elettroni atomici non corrispondessero a tutte le possibili energie in modo continuo (come aspettato in base all'elettromagnetismo e alla meccanica classici), ma a ben determinati valori discreti di energia;
- *diffusione di elettroni da un cristallo*: gli elettroni che incidono su un cristallo non vengono diffusi in modo continuo in tutte le direzioni con un'intensità che dipende dall'energia, come aspettato in base alla meccanica classica, ma solo lungo determinate direzioni, che dipendono dalla struttura cristallina in modo simile a quello di raggi X aventi una *lunghezza d'onda λ* legata alla quantità di moto dell'elettrone dalla relazione $\lambda = h / mv$ (lunghezza d'onda di de Broglie, h è il quanto d'azione di Planck, m è la massa, v la velocità dell'elettrone)

9.6 Oltre la fisica dei quanti

9.6.1 L'approccio "alla Feynman"⁹

Introdotta da Feynman per spiegare le idee della fisica dei quanti agli amici "non fisici" nel bel libro "QED, la strana teoria della luce"[3], evita fin dall'inizio il dualismo onda-corpuscolo. Citando da QED:

"Noi sappiamo quale è il comportamento degli elettroni e della luce. Ma come potrei chiamarlo? Se dico che si comportano come particelle, do un'impressione errata, ma anche se dico che si comportano come onde. Essi si comportano nel loro proprio modo inimitabile che tecnicamente potrebbe essere chiamato il "modo quanto-meccanico". Si comportano in un modo che non assomiglia a nulla che possiate aver mai visto prima. La vostra esperienza con cose che avete visto prima è incompleta. Il comportamento delle cose su scala molto piccola è semplicemente diverso".

In questo approccio si associa a ogni oggetto di energia E un "clock" interno che ha una frequenza f legata a E dalla relazione di Planck. È questa l'ipotesi aggiuntiva rispetto alla fisica classica: ciò implica che per descrivere completamente l'oggetto occorre anche specificarne la fase, che dice quale è la posizione della lancetta ideale di questo orologio interno a un certo istante. E' proprio questa fase il grosso elemento di novità dell'oggetto quantistico di Feynman, da cui si traggono tutte le conseguenze sul moto.

⁹ Una presentazione dettagliata ed esempi di calcolo si trovano nel sito <http://www.iapht.unito.it/qm>

Caratteristica di questo moto è che l'oggetto quantistico non ha una *traiettoria* definita, ma può muoversi lungo molti diversi cammini, anzi attraverso tutti i cammini possibili. Lungo ogni cammino, l'oggetto quantistico passa attraverso fasi diverse mentre il suo orologio interno continua a girare alla frequenza caratteristica. Lo stato del sistema in un certo punto dipende dalla *sovrapposizione* delle fasi associate ai diversi cammini e in questa sovrapposizione i cammini che contano sono quelli che permettono di arrivare in quel punto con piccoli sfasamenti relativi. Ne segue ad esempio che vanno trattati quantisticamente i moti in cui l'energia è sufficientemente piccola da rendere rilevanti le differenze di fase fra cammini diversi, mentre possono essere trattati classicamente i moti in cui le differenze di fase sono subito enormi per piccole variazioni del cammino.

9.6.2 La meccanica quantistica

La fisica dei quanti non è una teoria formale, cioè non è la *meccanica quantistica*, perché tutti gli sviluppi furono fatti usando ancora sostanzialmente il formalismo della meccanica newtoniana con opportune “correzioni”, pur avendone chiari i limiti. Perché la meccanica newtoniana deve essere abbandonata e occorre elaborare un nuovo formulazione della meccanica? Perché alla base della seconda legge sta l'ipotesi che, se è nota la funzione $F(x,y,z)$ che descrive la forza in ogni punto di coordinate x,y,z posso calcolare *esattamente* la posizione e la velocità del corpo a un istante t , note posizione e velocità all'istante iniziale. Prendiamo ad esempio il caso di una forza costante, diretta lungo l'asse y , come potrebbe essere la forza di gravità con attrito trascurabile: $y(t)$ è una funzione parabolica, $x(t)$ e $z(t)$ sono funzioni lineari, $v_y(t)$ è una funzione lineare, ecc. Ciò significa che, se misuro x,y,z a un certo istante t , posso prevedere le coordinate x,y,z dopo un dt “piccolo a piacere” e quindi descrivere in dettaglio come il corpo ha “fatto la transizione” dalle coordinate $x(t),y(t),z(t)$ alle coordinate $x(t+dt),y(t+dt),z(t+dt)$.

Ciò può aver senso nel caso dei corpi macroscopici, perché si può ipotizzare ragionevolmente che il corpo nella sua *traiettoria* passi *con continuità* per tutti i punti intermedi, anche se non si controlla sperimentalmente che ciò avviene effettivamente. Al contrario, nel caso del moto di un elettrone atomico, come già Bohr enunciò nel 1911, non è lecito descrivere il comportamento dell'elettrone durante la transizione fra due orbite stabili, perché non si potrebbe in nessun modo verificarlo. Heisenberg spinse ancor oltre la critica di Bohr al determinismo, notando che non solo l'elettrone non può essere osservato durante il salto quantico, ma neppure durante il suo moto sull'orbita “stazionaria” e che quindi occorre rinunciare completamente all'idea di traiettoria calcolabile con la legge della meccanica newtoniana. Infatti, diversamente da quello che avviene per un corpo macroscopico, *tale traiettoria non è osservabile né misurabile*, anzi, per il significato stesso e il valore del quanto di azione, non è possibile conoscere contemporaneamente la posizione e la quantità di moto dell'elettrone a un certo istante con una indeterminazione minore di quanto sarebbe necessario per poterla definire.

Anche la descrizione classica dell'onda non è trasferibile a oggetti quantistici, perché nell'onda classica si misura il valore di una ben determinata grandezza (ad esempio la pressione in un'onda sonora o il campo elettrico in un'onda e.m.) in un determinato punto e in un dato istante, sia pure sapendo che, per descrivere l'onda, tale misura va fatta su più punti e più istanti perché l'onda è appunto una ben precisa correlazione fra i valori di quella data grandezza nei diversi punti e istanti¹⁰.

A questo punto occorre una *nuova teoria formale*, che permettesse di fare i calcoli del moto degli oggetti microscopici come gli elettroni atomici, che soddisfacesse a tutto ciò che si conosceva degli oggetti microscopici e che riproducesse i risultati della meccanica classica nelle situazioni in cui il quanto di azione risulta completamente trascurabile in confronto alle azioni coinvolte. La nuova meccanica doveva anche ridefinire le “grandezze misurabili” e il significato della loro misura. Alla nuova formulazione giunsero per vie diverse Heisenberg con la “meccanica delle

¹⁰ De Broglie tentò un'interpretazione della funzione d'onda di Schrodinger in termini di “onda di probabilità”, che però crea più problemi interpretativi di quelli che risolve!

matrici” (1925) e Schrödinger con la “meccanica ondulatoria”, che Schrödinger stesso dimostrò essere equivalente alla formulazione di Heisenberg.

Mentre è possibile giustificare la necessità di una nuova meccanica, secondo gli argomenti sopra elencati, anche a livello di scuola secondaria, presentare la teoria formale della meccanica quantistica è normalmente al di sopra del livello accessibile a studenti di scuola secondaria, anche se viene proposta in alcuni testi.

Bibliografia

1. A. Arons, *Guida all'insegnamento della Fisica* Ed. Zanichelli
2. Libri di testo di scuola secondaria che trattano temi di MQ:
Caldirola, Casati, Tealdi, *Corso di Fisica*, 3° Volume, Ghisetti e Corvi Editori, 1986
U. Amaldi, *Fisica Moderna*, Zanichelli Editore, 1999
Violino e Robutti, *La Fisica e i suoi modelli*, 3° Volume, Zanichelli Editore, 1995
Baracca, Fischetti, Rigatti, *Fisica e realtà*, 3° Volume, Cappelli Editore, 1999
Caforio e Ferilli, *Physica*, 3° Volume, Le Monnier Editore, 1994
3. R. Feynman, *QED, la strana teoria della luce*, ADELPHI, 1985; per una proposta didattica a livello di Scuola Secondaria vedasi L. Borello, A. Cuppari, M. Greco, G. Rinaudo, G. Rovero, *Il metodo della "somma sui molti cammini" di Feynman per l'introduzione della Meccanica Quantistica: una sperimentazione nella Scuola di Specializzazione per l'Insegnamento*, XXXIX Congresso Nazionale AIF - Milazzo - Ottobre 2000
4. Per un "ripasso" di concetti di MQ si possono consultare testi classici universitari, come la Schiff o il Landau e Lifschitz; un testo recente, che è ricco di agganci con la meccanica classica e di discussioni di esperimenti ma purtroppo esiste solo in versione inglese, è Alonso e Finn, Volume unico di Fisica, Addison Wesley, 1992
5. Libri di buona divulgazione che contengono letture che offrono spunti di riflessione per entrare nel “mondo dei quanti” sono:
 - Robert Gilmore, *Alice nel paese dei quanti*, Raffaello Cortina editore
 - Robert Gilmore, *Il quanto di Natale*, Raffaello Cortina editore
 - Lawrence Krauss, *Paura della Fisica*, Raffaello Cortina editore

Esercizi

1. Calcoli su un fenomeno quantistico (obbligatorio): realizzate un calcolo realistico e significativo su un fenomeno quantistico.
2. Costruite una *unità di lavoro*, sull'introduzione alla fisica dei quanti, specificando:
 - contesto, prerequisiti,
 - inserimento a grandi linee nel curriculum, con indicazioni della scaletta dei tempi,
 - agganci alla meccanica classica che si intendono sfruttare/sottolineare,
 - scelta degli argomenti specifici da trattare,
 - modalità di conduzione.All'interno dell'unità di lavoro, sviluppate una *breve unità didattica* che si possa svolgere in un paio di lezioni, ma copra un argomento significativo fra quelli sopra individuati, specificando:
 - descrizione dettagliata dell'argomento, con motivazione della scelta, e obiettivi specifici nei riguardi dei concetti da acquisire e del superamento delle difficoltà concettuali attese,
 - indagine delle pre-conoscenze e "attacco",
 - sviluppo del tema, con riferimento a eventuali esperimenti/ fenomenologia / esercizi/ problemi che si intende presentare,
 - tipo e livello di formalizzazione,
 - modalità di valutazione.